

Wetterderivate: Ein Instrument im Risikomanagement für die Landwirtschaft?

Weather derivatives: a risk management tool in agriculture?

Ernst Berg, Bernhard Schmitz, Michael Starp und Hermann Trenkel
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Zusammenfassung

Die Risiken, denen landwirtschaftliche Betriebe ausgesetzt sind, werden künftig zunehmen. Das legt es nahe, sich mit neuen Instrumenten des betrieblichen Risikomanagements zu beschäftigen. Im vorliegenden Beitrag werden Wetterderivate untersucht, für die sich in den USA bereits ein florierender Markt herausgebildet hat. Anders als herkömmliche Finanzderivate basieren diese auf Witterungskennwerten wie Temperatur oder Niederschlag und ermöglichen damit die Verbriefung von Risiken, die aus der Unsicherheit über den Witterungsverlauf resultieren. Da sie auf das Mengenrisiko abzielen, stellen Sie ein Komplement zu den Instrumenten zur Absicherung von Markt- bzw. Preisrisiken, wie z.B. Wareterminkontrakten dar.

Ziel des Beitrags ist es, die betrieblichen Einsatzmöglichkeiten sowie die Wirkung von Wetterderivaten aufzuzeigen. Nach einer Erörterung ihrer wichtigsten Charakteristika und Funktionsweisen sowie der bisherigen Marktentwicklung liegt der Schwerpunkt der Ausführungen auf Modellkalkulationen zur exemplarischen Quantifizierung der betrieblichen Wirkungen eines Wetterderivats. Das gewählte Fallbeispiel bezieht sich auf den Kartoffelanbau. Die benötigten Ertrags- und Wetterdaten stammen von einer Versuchsstation der Landwirtschaftskammer Hannover. Die Analyse des Zusammenhangs zwischen Ertrag und Wettervariablen führt zur Konstruktion eines Wetterderivats als Option auf einen Niederschlagsindex. Mittels stochastischer Simulation wird sodann dessen Auswirkung auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Erlöses quantifiziert.

Im Ergebnis zeigt sich, dass Wetterderivate durchaus ein nützliches Instrument zur Risikoabsicherung in der Landwirtschaft darstellen können. Da das Wissen um ihre Wirksamkeit aber bislang relativ gering ist, besteht noch ein erheblicher Forschungsbedarf. Dieser bezieht sich auf die Auswahl geeigneter Erzeugnisse und Wetterindizes, das darauf basierende Kontraktdesign, methodische Fragen der Bewertung und der Einbindung in das betriebliche Risikomanagement sowie nicht zuletzt auf die Frage, welche Partner unter welchen Bedingungen bereit sind, das Risiko zu übernehmen, das die Landwirte mittels Wetterderivaten abzusichern gedenken.

Schlüsselwörter

Wetterderivate; Wetterrisiko; Risikomanagement; stochastische Simulation

Abstract

The risks associated with farming activities are likely to increase in the future. It, therefore, appears worthwhile to analyse new risk management instruments. This paper investigates weather derivatives for which a market has already emerged in the USA. Contrary to traditional financial derivatives, their payoff is determined by future weather events, such as temperature or precipitation. Thus, they hedge risks which result from climate. Since they address production risks they are complementary to instruments that hedge price risks, such as future markets.

The objective of the paper is to evaluate the economic impacts of weather derivatives and to assess their potential as farm level instruments of risk management. After outlining the main characteristics and the functioning of weather derivatives and their emergence,

emphasis is placed on model calculations to quantify farm level impacts. The potato farm is used as a case study. Empirical data on yields and weather variables are taken from an experiment station of the Chamber of Agriculture at Hanover, Germany. After studying the relationship between yields and weather variables, the findings are used to design an option based on a precipitation index. Stochastic simulation is then used to assess the effects on the probability distribution of revenues.

The results show that weather derivatives can be useful instruments of risk management in agriculture. Since there is still a lack of knowledge with respect to some of their economic impacts, further research is needed. This refers to the choice of suitable commodities and weather indexes, the contractual design and methodological aspects of pricing and of integrating weather derivatives into the risk management of farms. Last but not least, the question has to be answered, as to which partners would be willing to accept the risk that farmers intend to reduce by means of weather derivatives.

Key words

weather derivatives; weather risk; risk management; stochastic simulation

1. Einführung

In den vergangenen zehn Jahren haben sich als Folge der grundlegenden Reform der europäischen Agrarpolitik die Rahmenbedingungen auch im Hinblick auf das unternehmerische Risiko stark verändert. So führen die fortschreitende Liberalisierung der Märkte und die damit verbundene Preisstützung tendenziell zu einer Erhöhung des Preisrisikos. Verschärfte Auflagen für den Einsatz von Agrochemikalien bewirken darüber hinaus eine Vergrößerung der Ertragsvariabilität. In der Tierhaltung hat der hohe Grad der Arbeitsteilung einen Anstieg des Ausbreitungsrisikos von Krankheiten zur Folge. Diese Liste ließe sich leicht noch erweitern. Auf der anderen Seite wirken die gewährten Ausgleichszahlungen der Agrarpolitik risikomindernd, da sie preis- und ertragsunabhängig sind. Ob somit bis dato per Saldo tatsächlich eine Erhöhung des Einkommensrisikos für die Landwirte eingetreten ist, wird zurzeit noch kontrovers diskutiert. Eine Risikoerhöhung ist aber auf jeden Fall zu erwarten, wenn die Ausgleichszahlungen künftig vermindert oder an zusätzliche Auflagen gebunden werden.

Das legt es nahe, sich mit neuen Instrumenten des betrieblichen Risikomanagements zu beschäftigen. Neben der Absicherung von Preisrisiken am Terminmarkt sind gegenwärtig vor allem sog. Ertragsschadenversicherungen im Gespräch, für die es außer in den USA auch in einer Reihe europäischer Länder bereits Ansätze gibt. Diese Versicherungskonzepte sind jedoch mit einer Reihe von Problemen behaftet, die an anderer Stelle bereits eingehend erörtert wurden (BERG, 2002). Wetterderivate, die in den letzten Jahren ständig an Bedeutung gewonnen haben, könnten

eine Alternative sein. Anders als herkömmliche Finanzderivate leiten diese ihren Payoff aus der Entwicklung von Witterungskennwerten, wie z.B. Temperatur oder Niederschlagsmenge, ab. Sie ermöglichen so die Verbriefung von Risiken, die nicht durch Marktwertänderungen gehandelter Finanztitel verursacht werden, sondern aus der Unsicherheit über den Witterungsverlauf resultieren.

Erste Wetterkontrakte wurden im Herbst 1996 in den USA gehandelt, wo sich inzwischen ein florierender Markt herausgebildet hat, an dem sich allerdings in erster Linie Energieversorgungsunternehmen beteiligen. Auch in Deutschland nimmt die Zahl der Wetterkontrakte ständig zu, einen börsennotierten Handel gibt es jedoch noch nicht. Da die landwirtschaftliche Produktion in starkem Maße wetterabhängig ist, liegt es nahe, sich mit der Frage der Einsatzmöglichkeiten von Wetterderivaten zur Risikoabsicherung in landwirtschaftlichen Betrieben näher auseinander zu setzen. Dies soll im nachfolgenden Beitrag geschehen.

Dabei werden zunächst die wichtigsten Charakteristika sowie die Funktionsweise von Wetterderivaten herausgearbeitet. Dem folgt eine Übersicht über die bisherige Marktentwicklung in diesem Bereich. Danach sollen die Einsatzgebiete von Wetterderivaten als Instrumente des Risikomanagements landwirtschaftlicher Unternehmen diskutiert und anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. Einige Schlussfolgerungen bezüglich der Einsatzmöglichkeiten und des noch bestehenden Forschungsbedarfs beschließen den Beitrag.

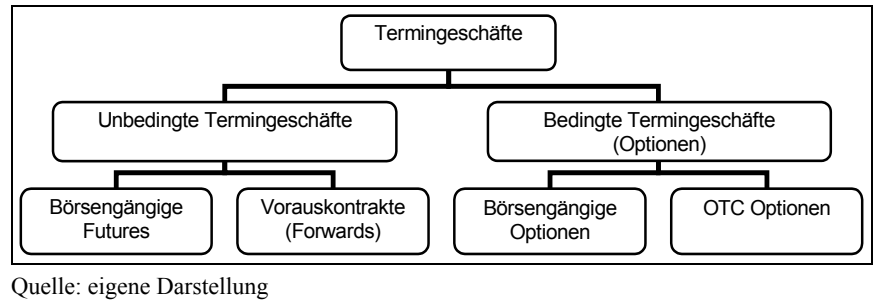
2. Charakteristika von Wetterderivaten

2.1 Wetterderivate als Termingeschäfte

Wetterderivate gehören allgemein zu den Termingeschäften. Deren Merkmal ist es, dass der Verkauf eines Gutes oder eines Rechts zum gegenwärtigen Zeitpunkt vereinbart und später zu den jetzt vereinbarten Konditionen ausgeführt wird. Je nachdem, ob das Zustandekommen des Geschäfts an weitere Bedingungen geknüpft ist, unterscheidet man zwischen unbedingten und bedingten Termingeschäften (s. Abb. 1). Erstere kommen auf jeden Fall zustande, es sei denn, sie werden vorher rückgängig gemacht oder eine der beiden Parteien ist nicht in der Lage, ihren Verpflichtungen nachzukommen. Bei bedingten Termingeschäften handelt es sich um Optionsgeschäfte. Verkauft wird hierbei ein Recht, das der Käufer einlösen kann, was er aber nicht muss. Ob die Einlösung erfolgt, hängt dabei von der Entwicklung des Wertes einer Vergleichsgröße, des sog. *Underlyings* oder *Basiswertes* ab.

Beide Formen von Termingeschäften können grundsätzlich am organisierten Markt (Börsenhandel) wie auch *Over The Counter* (OTC) stattfinden. Im ersten Fall hat man es mit standardisierten Kontrakten zu tun, auf deren Ausgestaltung Käufer und Verkäufer im Einzelfall keinen Einfluss haben. Der OTC-Markt ist hingegen weit weniger geregelt, so dass die Vertragsparteien die jeweiligen Bedingungen im Einzelfall festlegen müssen. Nach Maßgabe dieser Unterscheidung spricht man bei unbedingten Termingeschäften von *Futures*, wenn sie an der Börse gehandelt werden und an-

Abb. 1. Systematik der Termingeschäfte



sonsten von *Vorauskontrakten* bzw. *Forwards*. Auch bei den Optionen wird zwischen börsengängigen und OTC-Optionen unterschieden.

Wetterderivate werden überwiegend am OTC-Markt gehandelt. Lediglich für sog. Degree-Day-Derivate gibt es in den USA seit 1999 an der Chicago Mercantile Exchange (CME) einen institutionalisierten Handel mit ständig wachsenden Umsatzzahlen. In Europa hat die London International Financial Futures Exchange (LIFFE) solche Kontrakte eingeführt, für die allerdings noch kein Umsatz generiert wurde. Die EUREX, ein Gemeinschaftsunternehmen der Deutschen und Schweizer Börse, hat die Pläne für den Handel von Wetterderivaten einstweilen wieder aufgegeben.

Obwohl grundsätzlich auch Vorauskontrakte (Forwards bzw. Futures) möglich sind, dominieren bei den Wetterderivaten die Optionen aufgrund ihrer spezifischen Eignung als Instrument zur Absicherung gegenüber ungünstigen Entwicklungen des Underlyings. Daher konzentrieren wir uns im Folgenden auf diese Form von Termingeschäften.

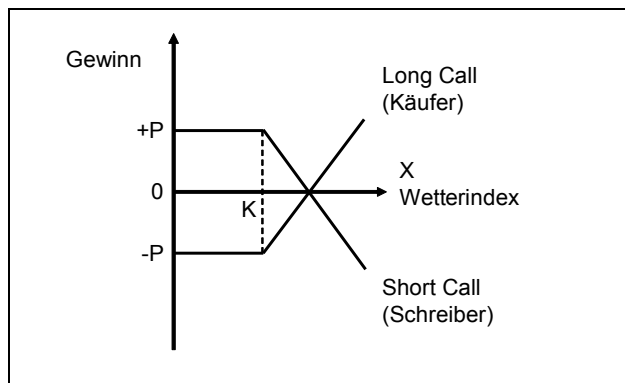
2.2 Funktionsweise und Eigenschaften von Wetterderivaten

Allgemein befinden sich Käufer und Verkäufer bei einem Optionsgeschäft in folgender Situation: Der Käufer (long position) erwirbt ein Recht und zahlt dafür eine Prämie. Der Verkäufer (Schreiber, Stillhalter, short position) übernimmt eine Pflicht und erhält dafür die Prämie. Nach dem Inhalt dieses Rechts unterscheidet man zwischen zwei Grundtypen von Optionen: Bei der *Call-Option* (Kaufoption) erwirbt der Käufer das Recht auf den *Kauf* eines Underlyings zu einem bestimmten Preis (Basispreis, strike price) an einem bestimmten Verfalls- bzw. Fälligkeitsdatum. Bei der *Put-Option* (Verkaufsoption) hingegen erwirbt der Käufer das Recht auf den *Verkauf* eines Underlyings zu einem bestimmten Preis (Basispreis, strike price) an einem bestimmten Fälligkeitsdatum.¹

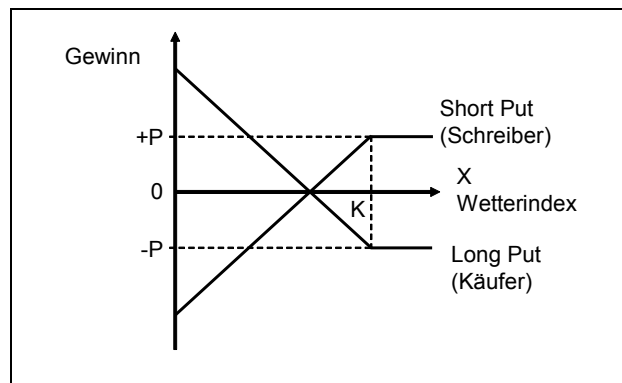
Der Käufer einer Call-Option sichert sich gegen steigende Kurse eines Basisobjekts ab, das er in Zukunft erwerben möchte. Liegt der Kurswert über dem Basispreis, wird die Option ausgeübt. Demgegenüber bietet die Put-Option eine Absicherung gegen sinkende Kurse eines Basisobjekts, das zu einem künftigen Zeitpunkt verkauft werden soll. In diesem Fall wird die Option ausgeübt, wenn der Kurswert unter den Basispreis fällt. In beiden Fällen bildet die Differenz zwischen dem Marktpreis und dem Basispreis die Auszahlung (Payoff) des Optionsgeschäfts.

¹ Hierbei handelt es sich um Optionen europäischen Typs. Bei Optionen amerikanischen Typs kann das Optionsrecht jederzeit bis zum Verfallstermin ausgeübt werden.

Abb. 2. Auszahlungsstruktur verschiedener Optionstypen und Positionen



Quelle: eigene Darstellung



Wetterderivate zeichnen sich gegenüber der Mehrheit der gehandelten Derivate dadurch aus, dass ihre Underlyings keinerlei Verbindung zu Finanz- oder Gütermärkten aufweisen. Vielmehr handelt es sich dabei um Witterungskennwerte wie Temperatur, Niederschlag, Strahlung oder Windgeschwindigkeit. Da Witterungsvariablen keine Vermögensgegenstände darstellen, sind sie weder lager- noch handelbar und deshalb als vergleichsweise exotische Underlyings einzustufen (SCHIRM, 2000: 722). Gleichwohl sind diese Größen objektiv messbar, so dass die Payoffs von Derivaten an ihre Realisation geknüpft werden können.

Aus der Kombination der genannten Optionstypen *Call* und *Put* mit den möglichen Positionen *Long* bzw. *Short* resultieren die klassischen Grundpositionen *Long/Short Call* sowie *Long/Short Put*. Deren Auszahlungsstrukturen zum Ausübungszeitpunkt der Option sind in Abb. 2 wiedergegeben, wobei die Positionen *Long* und *Short* jeweils diejenigen des Käufers bzw. des Schreibers der Option widerspiegeln. K markiert den *Strike Level*, der konzeptionell dem Basis- oder Ausübungspreis bei Optionen auf klassische Basisobjekte (z.B. Aktien) entspricht. P ist die zu entrichtende Prämie bzw. der Preis der Option.

Zur Ermittlung der Höhe des Payoffs wird die positive Differenz zwischen dem zum Ausübungszeitpunkt realisierten Wert des Wetterindex x , der in Analogie zu Finanzderivaten als Kurs des Basisobjekts interpretiert werden kann, und dem Strike Level K bestimmt. Diese wird mit der Größe V multipliziert, die üblicherweise als *Tick Size* bezeichnet wird und dem Geldbetrag je Indexpunkt entspricht. Subtrahiert man hiervon die Prämie² P , so erhält man den Gewinn (Verlust) aus dem Optionsgeschäft. Für den Käufer (Long Position) einer Call-Option beträgt demnach der Gewinn

$$(1) \quad G_C^L(V, x, K) = V \cdot \text{Max}[0, (x - K)] - P$$

Für die Put-Option beläuft sich dieser auf

$$(2) \quad G_P^L(V, x, K) = V \cdot \text{Max}[0, (K - x)] - P$$

Der Gewinn der korrespondierenden Short Positionen ergibt symmetrisch dazu als

$$(3) \quad G_C^S(V, x, K) = -V \cdot \text{Max}[0, (x - K)] + P$$

$$(4) \quad G_P^S(V, x, K) = -V \cdot \text{Max}[0, (K - x)] + P$$

Wetterderivate sind im Allgemeinen durch folgende Parameter gekennzeichnet (vgl. CAO und WEI, 2002: 2; SCHIRM, 2001: 6):

1. Das Underlying oder die Basisvariable: Ein Index basierend auf Temperatur, Niederschlag, Windgeschwindigkeit oder anderen Witterungsvariablen, die an Wetterstationen gemessen werden können;
2. die Wetterstation, an der die Variable für den betrachteten Index gemessen wird;
3. die Laufzeit (Akkumulationsperiode): diese beschreibt den Zeitraum, für welchen die Basisvariable aggregiert bzw. der Durchschnitt gebildet wird (z.B. Niederschlagssumme oder durchschnittlicher Niederschlag);
4. der Strike Level: der Wert des Index am Ende der Laufzeit, unterhalb bzw. oberhalb dessen der Schreiber der Option eine Zahlung an den Halter leisten muss;
5. die Tick Size: der zu zahlende Geldbetrag je Indexpunkt;
6. der Derivatyp: dieser kennzeichnet die Auszahlungsstruktur des Kontrakts. Neben den zuvor gekennzeichneten Optionen, deren Auszahlung auf ein Maximum begrenzt werden kann, kommen vor allem Kombinationen aus Put- und Call-Optionen in Frage, die nachfolgend kurz charakterisiert werden.

In der Landwirtschaft, in der extreme Witterungsverläufe (z.B. sehr niedrige und sehr hohe Niederschlagsmengen) zu Ertragseinbußen führen, bieten sich Kombinationen aus Put- und Call-Optionen auf dieselbe Basisvariable an. Abb. 3 kennzeichnet die Auszahlungsstruktur derartiger Konstrukte aus der Sicht des Käufers.³ Die Kombination einer Put- und einer Call-Option mit gleichem Strike Level (K) und gleicher Laufzeit wird *Straddle* genannt. Dabei kommt es immer dann zu einer Auszahlung, wenn der Wert des Index zum Ausübungszeitpunkt vom Strike Level K abweicht. Die Höhe des Ausgleichs errechnet sich durch Multiplikation des Absolutbetrags der Indexabweichung $|K - x|$

² Genau genommen entspricht P der vom Kauftermin bis zum Ausübungszeitpunkt der Option aufgezinsten Prämie.

³ Für einen Überblick über die verschiedenen Derivatypen und Handelsstrategien vgl. HULL (2003): 185ff.

mit der Ticksiz V . Unter Berücksichtigung der Optionsprämie P ergibt sich der Gewinn des Straddle demzufolge als

$$(5) \quad G_{SD}^L(V, x, K) = V \cdot |K - x| - P$$

Nehmen wir an, dass der Strike Level K die Ausprägung des Index (z.B. die Niederschlagssumme in der Wachstumsperiode) wiedergibt, bei welcher der höchste Ertrag zu erwarten ist, während Abweichungen nach oben und unten zu Mindererträgen führen. In diesem Fall erhält der Käufer des Straddle für die geringeren Erträge einen Ausgleich durch die Auszahlung aus dem Kontrakt und zwar bei niedrigen Indexwerten durch die Put-Option und bei hohen Indexwerten durch die Call-Option des Konstrukts. Der Preis für die so erreichte Verminderung der Variabilität des Umsatzes ist die zu entrichtende Optionsprämie P .

Führen nur extreme Ereignisse (z.B. starke Trockenheit bzw. sehr hohe Niederschläge) zu Ertragseinbußen, so kann dies durch Kombination einer Put- und einer Call-Option mit gleicher Laufzeit aber unterschiedlichen Strike Levels berücksichtigt werden. Ein solches Konstrukt, bei dem der Strike Level für die Call-Option (K_c) höher ist als der für die Put-Option (K_p), bezeichnet man als *Strangle* (vgl. Abb. 3). Seine Auszahlungsstruktur lässt sich formal folgendermaßen kennzeichnen:

$$(6) \quad G_{SG}^L(V, x, K_p, K_c) = V \cdot (\text{Max}[0, (K_p - x)] + \text{Max}[0, (x - K_c)]) - P$$

Liegt der Indexwert zum Ausübungszeitpunkt zwischen K_p und K_c , so erfolgt keine Auszahlung. Bei Indexwerten unterhalb K_p und oberhalb K_c errechnet sich die Auszahlung durch Multiplikation der Abweichung vom betreffenden Strike Level mit der Ticksiz V . Das Konstrukt des Strangle eignet sich vor allem, um nichtlineare Zusammenhänge zwischen Ertrag und Wetterindex zu erfassen.

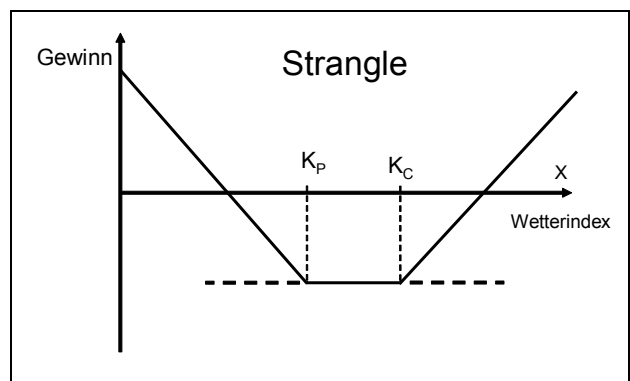
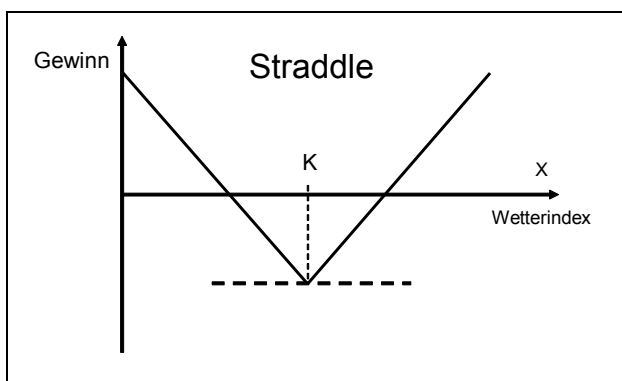
3. Märkte für Wetterderivate

Wetterderivate gehören zu den jüngeren Finanzderivaten. Da zu Beginn nur individuelle Verträge zwischen zwei Partnern als Over the Counter gehandelt wurden, ist es schwierig, den ersten Abschluss genau zu terminieren. Häufig wird der September 1997 als Termin der ersten bekannt gewordenen Transaktion angeführt (ELLITHORPE und PUTNAM, 1999: 166; KIM, 2000; SCHIRM, 2001: 9; TIGLER and BUTTE, 2001: 2; BECKER und HÖRTER, 1998: 701), während andere Quellen den Beginn ins Jahr 1996 legen

(VB INVESTMENTBANK AG, 2002). So reklamiert der Strom- und Gasnetzbetreiber Aquila aus Kansas City die Pionierleistung zwar für sich: „Aquila has been a pioneer in developing weather derivative products, having issued the industry's first weather derivative hedge in August 1996“ (AQUILA, 2000). Er muss sich nach CLEMMONS et al. (1999: 179) den Ruhm jedoch mit Enron teilen: „The first weather derivate, a temperature-related power swap between Enron and Florida Power and Light, was transacted in August 1996.“ Der genaue Startzeitpunkt des Börsenhandels mit Wetterderivaten ist dagegen bekannt. Die Chicago Mercantile Exchange (CME) eröffnete den Handel mit Temperaturderivaten am 22. September 1999 (ELLITHORPE and PUTNAM, 1999: 169). Obwohl der Markt weiterhin von OTC-Geschäften dominiert wird, eröffnete die LIFFE am 10. Dezember 2001 als erster Handelsplatz in Europa den Handel mit standardisierten Wetterderivaten (MEYER, 2002: 116). Seit dem 3. Oktober 2003 sind auch für fünf erste europäische Städte Wetterderivate an der CME handelbar (CME NEWS, 2003). Der erste abgeschlossene Kontrakt in Deutschland soll das Oktoberfest 2000 gegen schlechtes Wetter abgesichert haben, als erster Energieversorger in Deutschland hat die Berliner BEWAG sich gegen einen zu warmen Winter 2000/2001 abgesichert (ESSER, 2001).

Große Teile des Wirtschaftsgeschehens sind vom Wetter beeinflusst. So stellen JAIN und FOSTER (2000: 16) fest: „An estimated 70 % of all businesses face weather risk in some form, and it is from these sectors that the new wave of weather derivative hedgers will come.“ Die Deutsche Börse AG geht davon aus, dass „allein in Westeuropa etwa 5 % des Bruttosozialprodukts Wettereinflüssen [unterliegt]“ (MEYER, 2002: 1). Waren zu Beginn in erster Linie Energieversorger und -händler am Markt für Wetterderivate aktiv, so lassen sich, ungeachtet der weiterhin bestehenden Dominanz des Energiesektors, inzwischen auch Vertreter weiterer Branchen als aktuelle oder potentielle Marktteilnehmer identifizieren. Neben der Energiewirtschaft werden häufig Landwirtschaft und Weinbau, Getränke- und Nahrungsmittelwirtschaft, Textilindustrie und -handel, Bauwirtschaft, Tourismus und Freizeitparks, sowie die Gastronomie als besonders wetterabhängige Branchen genannt (vgl. MEYER, 2002: 28ff.; JAIN u. FOSTER, 2000; DEUTSCHE BÖRSE, 2000: 3; AUER, 2003). Da Wetterderivate jedoch nicht auf die im Energiesektor verwendeten Temperaturindizes beschränkt sind, sondern auch Niederschlag, Schnee-

Abb. 3. Auszahlungsstruktur kombinierter Optionen



Quelle: eigene Darstellung

höhe, Sonnenstunden oder Windstärke zur Grundlage haben können, lassen sich Wettereinflüsse auch für weitere Branchen identifizieren. So ist es nahe liegend, dass Windparks direkt abhängig vom Wind sind (PRIERMEIER, 2003) und Skibobs sich in schneereichen Wintern besser verkaufen (CLEMMONS et al., 1999: 19). Allgemein bekannt ist auch, dass die Unfallhäufigkeit im Verkehr bei Regen oder Eis ansteigt, wodurch die Schadensquote der Kfz-Versicherer

zunimmt (MEYER, 2002: 41f.). Einleuchtend, aber dennoch überraschend sind die Ergebnisse einer empirischen Studie von ROTT und SCHMITT (2000), in der ihnen der Nachweis gelingt, dass die Zuschauerzahlen im Fernsehen stärker von der Sonnenscheindauer als vom Programmangebot beeinflusst werden. In Tabelle 1 ist noch einmal dargestellt, welche Einflüsse vom Wetter auf die verschiedenen Branchen ausgehen.

Tabelle 1. Wetterabhängigkeit ausgewählter Branchen

Geschäftsbereich und Wettereinfluss	Kontrakt ¹	Quelle
Energiewirtschaft		
Energieversorger: Stromnachfrage für Heizung bzw. Klimaanlage ist temperaturabhängig	Ja, z.B. Enron, Aquila, Bewag, Elektrizitätswerk Dahlenburg	ELLITHORPE and PUTNAM, 1999; JAIN and FOSTER, 2000, u.a.
Gaswerke: Warmer Winter mindert Nachfrage	Ja	ESSER, 2000; JENKIN and IVES, 2002
Wasserkraftwerke: Langanhaltende Trockenheit senkt Wasserstand	Ja	BRADFORD, 2001
Windparks: Ohne Wind keine Stromerzeugung	n.b.	PRIERMEIER, 2003
Landwirtschaft		
Allgemein: Trockenschäden bei Feldfrüchten; Auswinterung bei starkem Frost	n.b.	SKEES, 2000; ENRONONLINE, 2001
Obstbau: Bienenflug zur Blüte ist temperaturabhängig; Verregnen/erfrieren der Blüten; ausreichende Anzahl an Vernalisationstagen nötig	n.b.	DISCHEL, 2001; Guaranteedweather.com; BYRNE and BACON, 2001
Geflügelwirtschaft: Hohe Abgangsraten bei extremer Sommerhitze	n.b.	Raiffeisen.com News, 18.09.2003
Milchproduktion: Abfall der Milchleistung bei Hitzestress	n.b.	Guaranteedweather.com
Bewässerungswirtschaft: Ausbleibender Winterregen lässt Grundwasserspiegel absinken	n.b.	AGARWAL, 2002
Weinbau: Sonniger Spätsommer lässt Oechslegrade steigen	n.b.	JAIN and FOSTER, 2000
Grünland: Aufwuchs ist stark vom Niederschlag abhängig	Ja, Agricultural Financial Services Corp. in Kanada	STOPPA und HESS, 2003; MEYER, 2002
Gartenbau: Heizenergiebedarf in Gewächshäusern absichern	n.b.	ASSELDONK and LANSINK, 2002; SCHMITZ u. STARP, 2004
Ernteversicherung: Ungünstiges Wetter führt zu Mindererträgen, Versicherer nützt Wetterderivat zur Rückversicherung	Ja, Agroasemex in Mexiko	Stoppa und Hess, 2003
Agrarchemie: Wetterverlauf bestimmt Schädlingspopulation	n.b.	MEYER, 2002
Getränke & Nahrungsmittelindustrie		
Brauereien: Biernachfrage ist bei warmen Sommer größer	n.b.	SZ Nr.163, 18.07.2003
Speiseeisproduzenten: Absatz steigt mit der Temperatur	n.b.	TIGLER and BUTTE, 2001
Kartoffelverarbeitung: Verarbeiter müssen bei Unterlieferung in Folge von ungünstigem Wetter Kartoffeln zukaufen	n.b.	MEUWISSEN, ASSELDONK and HUIRNE, 2002
Textilwirtschaft/Einzelhandel		
Bade- und Sommermode: Bei kühlem Wetter in Mai/Juni geringer Absatz	n.b.	ADETUNJI, 2003
Winterjacken: Bei warmen „Vorweihnachtswetter“ geringe Nachfrage	n.b.	
Bauwirtschaft		
Anlagenbau: Frosttage verhindern termingerechte Fertigstellung	Ja	CONNORS, 2003
Tourismus und Freizeit		
Ost-/Nordseebäder: Profitieren von Warmen Sommer in Deutschland	n.b.	
Mittelmeeraanrainer: Profitieren von kaltem Sommer in Deutschland	n.b.	
Skigebiete: Benötigen ausreichend Schnee bzw. Kälte, da bei > 0° C auch kein Kunstschnee	n.b.	
Freizeitparks: Bei Regen weniger Besucher	n.b.	
Golfclub: Bei Regen kein Betrieb	Ja	SACHS und TROST, 2002
Schwimmbäder: An Sonnentagen mehr Besucher, Umsatzrückgang bei Regen	n.b.	AUER, 2003
Gastronomie		
Volksfeste, Open Air Events: Bei kühlem Regenwetter bleiben Besucher aus	Ja, z.B. Münchner Oktoberfest	ESSER, 2001
Gaststätten: Bei kühlem Regenwetter bleiben Besucher aus	Ja, Pub-Kette in GBR	ALDRED, 2000 u. 2001
Sonstige		
Fluglinien: Wetterbedingte Verspätungen, Kosten für Schneeräumen und Tragflächenenteisung	n.b.	MEYER, 2002
Spediteure: Straßenverhältnisse, insb. Schnee und Eis verhindern Termineinhaltung	n.b.	MEYER, 2002
Kommunen: In schneereichen Wintern erhöhte Räumungskosten	n.b.	AUER, 2003
Kfz-Versicherungen: Höhere Schadensquote bei Regen, Schnee und Eis	n.b.	MEYER, 2002
Fernsehsender: Zuschauerzahl sinkt bei sonnigem Wetter	n.b.	ROTT und SCHMITT, 2000

¹ n.b. = Vertragsabschluss nicht bekannt

Quelle: eigene Darstellung

Vergleicht man die Wettereinflüsse, gegen die sich die einzelnen Branchen absichern, so stellt sich die Frage, inwieweit die Absicherung gegen entgegengesetzte Wetterlagen erfolgt, sodass praktisch ein natürlicher Gegenpart für den Handel mit einem Wetterderivat gegeben ist. Gerade der Börsenhandel mit standardisierten Derivaten ist darauf angewiesen, dass am Markt Position und Gegenposition abgesichert werden. Wollten Landwirte sich beispielsweise gegen Trockenheit in den Monaten Mai und Juni absichern, so käme z.B. die Textilindustrie als Gegenpart in Frage, da hier der Absatz bei schönem Wetter steigt.

Obwohl die Landwirtschaft zweifelsohne zu den direkt wetterabhängigen Branchen zählt, finden sich bisher kaum Hinweise für den Abschluss eines Kontraktes zur Absicherung des Wetterrisikos eines Landwirtes oder einer landwirtschaftlichen Erzeugergemeinschaft. Einzig die „Lack of Moisture Option“ im Rahmen des von der AFSC (*Agricultural Financial Services Corporation*) in Alberta/Kanada angebotenen *silage/greenfeed insurance program* stellt tatsächlich eine Versicherung auf Basis eines Niederschlagsindex dar (AFSC, 2003: 60ff.). Im folgenden Absatz wird darum der Versuch unternommen, den Wettereinfluss auf Feldfrüchte zu quantifizieren, um darauf aufbauend die Sinnhaftigkeit des Einsatzes von Wetterderivaten im Agrarsektor besser beurteilen zu können.

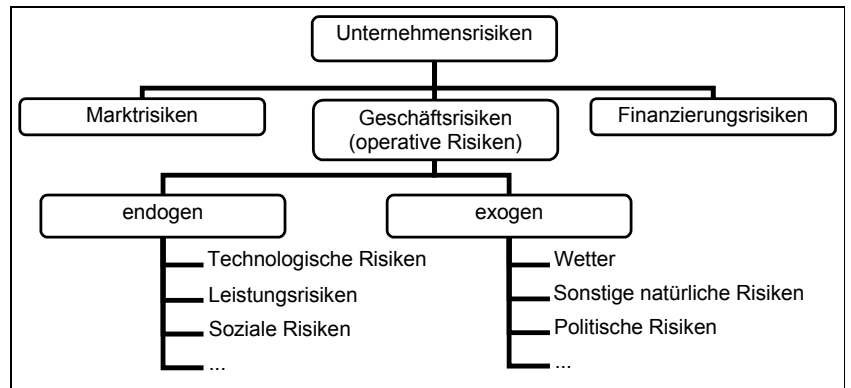
4. Einsatzgebiete für Wetterderivate

Grundsätzlich können Wetterderivate in all jenen Unternehmen zur Risikominderung beitragen, deren Umsatz stark durch Witterungsverläufe beeinflusst wird. Nachfolgend wird zunächst dargestellt, wie sich Wetterderivate in das Risikomanagement landwirtschaftlicher Unternehmen einordnen lassen und wie sie grundsätzlich wirken. Danach sollen diese Wirkungen anhand eines Beispiels quantifiziert werden.

4.1 Wetterderivate im Risikomanagement des landwirtschaftlicher Unternehmens

Die Quellen unternehmerischer Risiken sind vielgestaltig und ebenso vielgestaltig sind die Möglichkeiten ihrer Systematisierung. Eine für die Belange dieser Untersuchung zweckmäßige Unterscheidung ist die in Finanzierungsrisiken, Marktrisiken und Geschäftsrisiken (vgl. Abb. 4). Erste betreffen diejenigen Risiken, die aus der Finanzierungsstruktur, d.h. letztlich dem Verschuldungsgrad resultieren. Marktrisiken hingegen kennzeichnen die wirtschaftlichen Konsequenzen, die durch Preisschwankungen von Beschaffungs- und Absatzgütern verursacht werden. Die dritte Kategorie sind dann Geschäftsrisiken oder operative Risiken, die nach gängiger Auffassung alle übrigen Risiken umfassen (COOPER, 1999; SCHIRM, 2001). In landwirtschaftlichen Unternehmen kennzeichnen diese die physischen Ertrags- bzw. Mengenrisiken. Sie lassen sich weiter unterteilen in *endogene* operative Risiken, die vom Unternehmen selbst kontrolliert werden können und *exogene*

Abb. 4. Systematik von Unternehmensrisiken



Quelle: eigene Darstellung

operative Risiken, die sich einer direkten Einflussnahme durch das Unternehmen entziehen (SCHIRM, 2001: 13). Wetterrisiken gehören demnach zu den exogenen operativen Risiken.

Da bei exogenen Risiken die Eintreffenswahrscheinlichkeiten der betreffenden Ereignisse nicht beeinflussbar sind, erfüllen sie eine wichtige Voraussetzung für den Einsatz von Versicherungen als Maßnahmen des Risikomanagements.⁴ Konsequenterweise existieren deshalb auch Versicherungslösungen für eine Reihe von Wetterrisiken (z.B. Hagel, Sturm). Allerdings haben Versicherungen in erster Linie die Abdeckung der finanziellen Folgen katastrophaler Ereignisse zum Gegenstand, die durch drastische Wirkungen aber geringe Eintreffenswahrscheinlichkeiten gekennzeichnet sind. Wetterderivate sind demgegenüber Instrumente zur Absicherung gegen Ereignisse mit weniger dramatischen finanziellen Folgen, die dafür aber eine höhere Eintreffenswahrscheinlichkeit aufweisen. Für diese Fälle sind Versicherungslösungen wegen der mit der Schadensabwicklung verbundenen hohen Transaktionskosten weniger gut geeignet. Eine gewisse Vergleichbarkeit haben Wetterderivate mit allgemeinen Ertragsausfallversicherungen, die vor allem in den USA, aber auch einigen europäischen Ländern existieren und in letzter Zeit verstärkt diskutiert werden (vgl. BERG 2002; BREUSTEDT, 2004). Gegenüber diesen haben Wetterderivate vor allem den Vorteil, dass neben den Kosten für die individuelle Schadensfeststellung auch die Problematik der asymmetrischen Informationsverteilung entfällt (vgl. dazu SCHLIEPER, 1997). Dafür verbleibt bei Wetterderivaten stets ein Restrisiko (das sog. Basisrisiko), das nicht abgesichert werden kann.

4.2 Voraussetzungen für die Wirksamkeit von Wetterderivaten im Risikomanagement

Entscheidende Voraussetzung für einen sinnvollen Einsatz von Wetterderivaten in der Landwirtschaft ist eine hohe Korrelation zwischen dem Ertrag und dem Wetterindex. Angenommen, der Ertrag sei normalverteilt mit einem Erwartungswert von 80 dt/ha und einer Standardabweichung von 10 dt/ha, wie dies etwa bei Weizen der Fall sein kann. Der Preis betrage 10 € je dt und sei durch ein Warentermingeschäft oder einen Abnahmekontrakt abgesichert. Die Verteilungsfunktion des Erlöses je ha entspricht dann

⁴ Zu den Voraussetzungen für die Versicherbarkeit von Risiken vgl. BERG, 2002: 95.

der durchgezogenen Kurve (ohne Option) in Abb. 5. Erwartungswert und Standardabweichung der Verteilung liegen bei 800 bzw. 100 €/ha.

Um die Streuung zu verringern, wird eine Put-Option auf einen Wetterindex (im Beispiel ist das die Niederschlagssumme über einen definierten Zeitraum) gekauft. Der Wetterindex sei normalverteilt mit dem Mittelwert $E(x)=100$ mm der Standardabweichung $\sigma=12,5$ mm. Der Strike Level wird auf den Mittelwert festgelegt. Die Ticksize V betrage 8 € je Indexpunkt. In Analogie zu Gleichung (2) errechnet sich dann die stochastische Auszahlung⁵ \tilde{A} aus dem Kontrakt als

$$(7) \quad \tilde{A} = V \cdot \text{Max}[0, (K - \tilde{x})]$$

Die faire Prämie⁶ für die Option entspricht dem diskontierten Erwartungswert der Auszahlung $E(A)$. Dieser errechnet sich durch Multiplikation der Ticksize V mit dem Erwartungswert der negativen Abweichungen des Niederschlagsindex \tilde{x} vom Strike Level K . Der Faktor $e^{-r \cdot h}$ zinst die Zahlung über die Laufzeit h mit dem Zinssatz r ab:

$$(8) \quad P_f = e^{-r \cdot h} E(A) = e^{-r \cdot h} V E(\text{Max}[0, (K - \tilde{x})])$$

Der Erwartungswert der Maxfunktion $E(\text{Max}[\cdot])$ kann als gewichteter Durchschnitt für die Zahlungen aufgefasst werden, die jeweils anfallen, wenn der Strike Level überschritten bzw. unterschritten wird:

$$(9) \quad E(\text{Max}[0, (K - \tilde{x})]) = H(K) \cdot (K - E(x | x \leq K)) + (1 - H(K)) \cdot 0$$

In obiger Formel kennzeichnet H die Wahrscheinlichkeit, dass \tilde{x} kleiner ist als K , so dass $(1-H(K))$ die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass K überschritten wird. Bei stetigen Zufallsvariablen entspricht die Wahrscheinlichkeit H der Fläche unterhalb der Dichtefunktion $h(x)$ bis zur Grenze K .

$$(10) \quad H(K) = \int_{-\infty}^K h(x) dx$$

Da K bekannt ist, muss in (9) noch der Erwartungswert von \tilde{x} unter der Bedingung bestimmt werden, dass K unterschritten wird. Dieser wird durch den Ausdruck $E(x | x \leq K)$ symbolisiert. Er entspricht dem Erwartungswert der oberhalb von K gestutzten Verteilung der Zufallsvariablen \tilde{x} .

Da für \tilde{x} eine Normalverteilung angenommen wurde, lässt sich die Wahrscheinlichkeit dafür, dass K unterschritten wird durch

$$(11) \quad H(K) = \Phi(z) \quad \text{mit} \quad z = \frac{K - E(x)}{\sigma}$$

und der Erwartungswert der oberhalb von K gestutzten Normalverteilung durch

$$(12) \quad E(x | x < K) = E(x) + \sigma \frac{-\phi(z)}{\Phi(z)}$$

angeben (HARTUNG, 1998: 149). Dabei kennzeichnet $\Phi(\cdot)$ die Standardnormalverteilung und $\phi(\cdot)$ deren Dichtefunktion.

Mit den o.g. Annahmen für den Mittelwert und die Standardabweichung des Wetterindex errechnet sich für $H(100)$ die Wahrscheinlichkeit 0,5 und für $E(x | x < K)$ ein Wert von 90 mm. Eingesetzt in (9) ergibt sich ein Betrag von 5 mm für die durchschnittlichen negativen Abweichungen des Index von K . Multipliziert man diesen mit der Ticksize von 8 €/mm, so errechnet sich eine faire Prämie von 40 €/ha.⁷

Nachfolgend wird anhand von Modellrechnungen dargestellt, wie sich unterschiedliche Korrelationen zwischen dem Ertrag und dem Wetterindex auf den Gesamterlös pro ha (\tilde{W}_p) auswirken, der sich aus dem Markterlös zuzüglich der Auszahlung aus der Option und abzüglich der fairen Prämie P ergibt:

$$(13) \quad \tilde{W}_p = \tilde{y} p_y + V \cdot \text{Max}[0, (E(x) - \tilde{x})] - P_f$$

In (13) kennzeichnet \tilde{y} den Ertrag und p_y den Produktpreis. Die stochastischen Größen \tilde{y} und \tilde{x} sind gemäß den o.g. Annahmen normalverteilt und positiv miteinander korrelierte Zufallsvariablen. Mit diesen Grundannahmen lässt sich Gleichung (13) als stochastisches Simulationsmodell formulieren, dessen Ergebnisse ebenfalls in Abb. 5 wiedergegeben sind.⁸

Bei einer Korrelation von +1 werden Markterlöse unterhalb von 800 €/ha durch die Zahlung aus der Put-Option vollständig kompensiert. Da im Gegenzug die faire Prämie in Höhe von 40 €/ha zu entrichten ist, wird die Verteilung des Gesamterlöses unterhalb von 760 €/ha gänzlich abgeschnitten. Ein geringerer Erlös als der Erwartungswert abzüglich der fairen Prämie tritt nicht auf. Der Erwartungswert selbst bleibt in allen Fällen gleich.

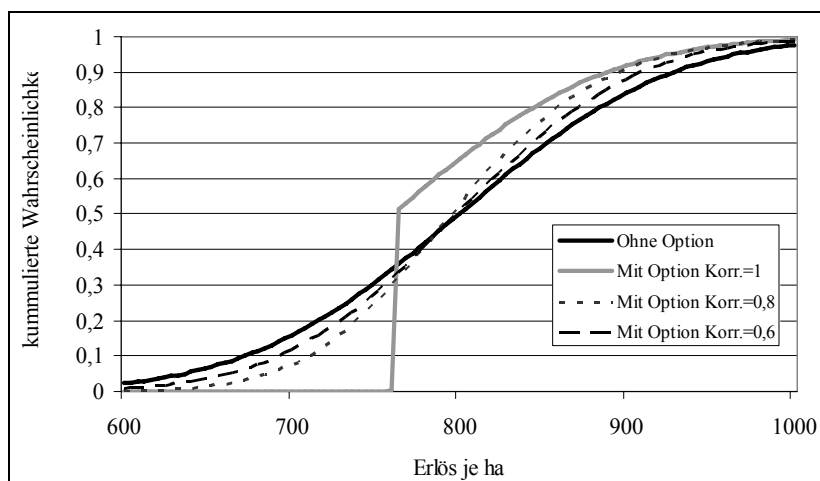
Liegt die Korrelation nur bei 0,8, so ist nicht mehr auszuschließen, dass ein sehr niedriger Erlös eintritt. Zwar ist gegenüber der Ausgangssituation die Wahrscheinlichkeit dafür geringer, aber es kann durchaus vorkommen, dass der Ertrag niedrig ist, eine Kompensation durch das Optionsgeschäft jedoch ausbleibt. Wird als Maß für das Downside-Risiko beispielsweise das 10 % Perzentil genommen, dann liegt dies ohne Option bei 672 €. Mit der Option erhöht es sich immerhin auf 712 €. Bei einer Korrelation von 0,6 beträgt das 10 % Perzentil nur noch 696 €/ha. Bei noch geringeren Korrelationen hilft das Optionsgeschäft nur noch unwesentlich zur Risikoversorge.

⁵ Die stochastischen Größen werden nachfolgend mit \sim gekennzeichnet.

⁶ Die faire Prämie ist vom Optionskäufer mindestens zu entrichten. Die zusätzlich in der Realität zu erwartenden Transaktionskosten und die Risikoprämie für den Schreiber der Option bleiben in diesem Artikel unberücksichtigt. SCHIRM diskutiert in ihrer Arbeit (SCHIRM, 2001) im Hinblick auf Wetteroptionen verschiedene Verfahren zur Bestimmung der Risikoprämie.

⁷ Aus Vereinfachungsgründen wurde auf die Diskontierung verzichtet.

⁸ Die Simulationen wurden mit dem Excel AddIn @Risk von Palisade durchgeführt. Das Programm ermöglicht es, Korrelationen zwischen Zufallsvariablen zu berücksichtigen.

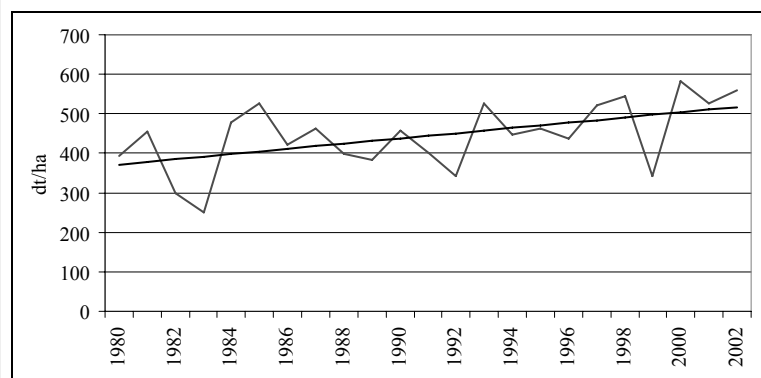
Abb. 5. Verteilung des Gesamterlöses ohne und mit Option bei unterschiedlichen Korrelationen zwischen Wetterindex und Ertrag

Quelle: eigene Berechnungen

Neben der Korrelation spielt auch die Höhe der Ertragschwankung der angebauten Kultur eine große Rolle, da sie das Potential der möglichen Risikoreduktion durch das Wetterderivat bestimmt. Darüber hinaus wirkt die Höhe des Preises als Hebel für die Erlösschwankungen pro Hektar. Hohe Preis- und Ertragsschwankungen sind vor allem beim Kartoffel- und Gemüsebau oder Sonderkulturen zu finden. Deshalb wird die Wirkung einer Wetteroption im folgenden Abschnitt am Beispiel von Kartoffeln analysiert.⁹

4.3 Ein Wetterderivat am Beispiel der Kartoffelproduktion

Die Landwirtschaftskammer Hannover baut am Versuchsstandort Bremervörde Stärkekartoffeln an. Die Wetterdaten werden von einer am Versuchsstandort vorhandenen Wetterstation erfasst. Die Ertragsentwicklung (vgl. Abb. 6) ist seit 1980 durch einen trendhaften Anstieg von 6,6 dt/ha und Jahr gekennzeichnet. Für das Jahr 2004 ergibt sich ein Trendwert von 530 dt/ha. In den Jahren 1982, 1983, 1992 und 1999 waren die negativen Abweichungen vom Trend jeweils größer als 20 %.

Abb. 6. Entwicklung des Kartoffelertrags auf dem Beispielbetrieb

Quelle: eigene Berechnung; Datenquelle: Landwirtschaftskammer Hannover

Für die Konstruktion eines Wetterderivats ist es zunächst erforderlich, die Witterungsabhängigkeit des Ertrags zu analysieren. Dabei ist es nahe liegend, dass insbesondere Temperatur- und Niederschlagsentwicklung einen signifikanten Einfluss auf den Ertrag haben. Um dies zu untersuchen, wurden die Korrelationen zwischen dem trendkorrigierten Kartoffelertrag¹⁰ und den Monatssummen des Niederschlags sowie den monatlichen Durchschnittstemperaturen in der Vegetationsperiode ermittelt. Sie sind in Tabelle 2 wiedergegeben.

Die positiven Korrelationen zum Niederschlag in den Monaten Juni bis September lassen auf einen hohen Wasserbedarf in diesem Zeitraum schließen. Die negative Korrelation im April kann dadurch be-

Tabelle 2. Korrelationen zwischen Kartoffelertrag und monatlichen Niederschlagssummen bzw. Durchschnittstemperaturen

	Niederschlag	Temperatur
April	-0,30	-0,01
Mai	-0,17	0,11
Juni	0,57	-0,20
Juli	0,47	-0,57
August	0,35	-0,24
September	0,27	0,07
Mai-September	0,67	0,02

Quelle: eigene Berechnung;

Datenquelle: Landwirtschaftskammer Hannover

gründet sein, dass überdurchschnittliche Niederschläge im April zu einem verspäteten Pflanztermin und somit zu einer kürzeren Vegetationsperiode führen. Insbesondere in den Monaten Juni bis August wirken sich hohe Temperaturen eher negativ auf den Ertrag aus. Neben den Korrelationen des Ertrages mit den Monatswerten wurden auch die Kor-

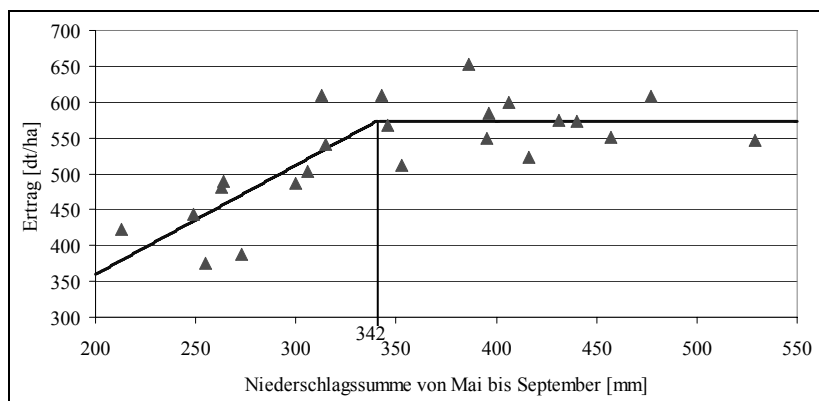
relationen des Ertrages zur Niederschlagssumme und zur Durchschnittstemperatur über mehrere Monate der Wachstumsperiode berechnet. Hierbei ergab sich die höchste Korrelation zur Niederschlagssumme von Mai bis September.

Die in den Jahren von 1980 bis 2002 aufgetretenen Kombinationen aus Niederschlagssumme und Ertrag auf dem Beispielbetrieb sind in Abb. 7 durch Dreiecke markiert. Die geringsten Erträge waren demnach in den Jahren zu verzeichnen, in denen die Niederschlagssummen unter ca. 340 mm lagen. Während noch geringere Niederschläge zu weiteren Ertragseinbußen führten, sind bei höheren Niederschlägen keine systematischen Ertragseinflüsse mehr erkennbar.

⁹ MEUWISSEN et al. (2000) untersuchen die Wirkung von Wetterderivaten aus Sicht der Kartoffelverarbeitung. Dies unterstreicht die potenzielle Bedeutung von Wetterderivaten im Kartoffelbau.

¹⁰ Im Folgenden ist mit dem Ertrag der trendkorrigierte Ertrag bezogen auf das Jahr 2004 gemeint.

Abb. 7. Zusammenhang zwischen Kartoffelertrag und Niederschlagssummen von Mai bis September auf dem Beispielbetrieb in den Jahren von 1980-2002



Quelle: eigene Berechnung; Datenquelle: Landwirtschaftskammer Hannover

Zur Abbildung des Zusammenhangs zwischen Erträgen und Niederschlagssummen wurde eine linear-limitationale Funktion mit der Methode der kleinsten Quadrate angepasst.

$$(14) \hat{y} = \text{Min}[(a + b \cdot x), \hat{y}_{\max}]$$

Die Schätzfunktion \hat{y} setzt sich aus zwei Teilfunktionen zusammen. Der erste Teil ist eine linear steigende Funktion des Niederschlages. Der Schätzwert für das absolute Glied a liegt bei 55,3 dt/ha, die Steigung b beträgt 1,52 dt/(ha·mm). Die Konstante \hat{y}_{\max} repräsentiert den zweiten Teil der Funktion. Sie wurde auf 573 dt/ha geschätzt. \hat{y}_{\max} ist der Erwartungswert des Ertrags unter der Bedingung, dass die Niederschlagssumme oberhalb des Bereichs liegt, in dem es zu Ertragseinbußen kommt.

Um die niederschlagsbedingten Mindererträge zu kompensieren, bietet sich eine Put-Option entsprechend Formel (2) an, deren Parameter zu bestimmen sind. Die Niederschlagssumme x , die gemäß (14) soeben zur Ertragserwartung \hat{y}_{\max} führt, entspricht dem optimalen Strike Level K :

$$(15) K = \frac{\hat{y}_{\max} - a}{b}$$

Nur bei Niederschlägen unterhalb von K ist mit Ertragsrückgängen zu rechnen. Nach Einsetzen der o.g. Werte für die Variablen in (15) errechnet sich der Strike Level $K = 342$ mm. Mit Hilfe der Steigung b für den Ertrag in Abhängigkeit vom Niederschlag sowie dem Produktpreis p_y lässt sich auch die optimale Ticksiz angeben:

$$(16) V = b \cdot p_y$$

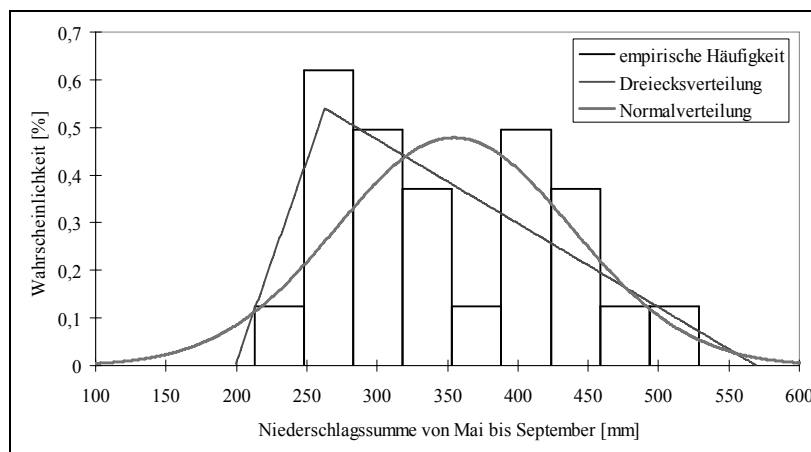
Da Stärkekartoffeln einer Marktordnung unterliegen und keine hohen Qualitätsanforderungen bestehen, kann der Erzeugerpreis p_y als nahezu deterministisch angesehen werden (MARKTFRUCHTBERICHT BAYERN, 2002: 19). Der wesentliche Faktor bei der Preisbildung ist der Stärkegehalt. Es wird angenommen, dass dieser 19 % beträgt, so dass sich ein Bruttoerzeugerpreis p_y von 6,55 €/dt ergibt

(MARKTFRUCHTBERICHT BAYERN, 2002: 32).

Die empirische Häufigkeitsverteilung der Niederschlagssummen der Jahre 1980 bis 2002 ist als Histogramm in Abb. 8 wiedergegeben. Da nicht offensichtlich ist, welcher Wahrscheinlichkeitsverteilung die Niederschlagssummen tatsächlich folgen, wurden mit der Dreiecks- und der Normalverteilung zwei Verteilungsannahmen getroffen, für welche die Parameter mittels Maximum Likelihood Methode¹¹ geschätzt wurden. Die entsprechenden Dichtfunktionen sind ebenfalls in Abb. 8 wiedergegeben.

Der χ^2 -Anpassungstest ergibt bei 8 Freiheitsgraden (Anzahl der Häufigkeitsklassen – 1) für die Dreiecksverteilung einen Testwert von 5,7 und für die Normalverteilung den schlechteren Wert von 7,9. Keine der Verteilungsannahmen kann bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha=0,05$ abgelehnt werden. Allerdings schneidet die Normalverteilung beim Anderson-Darling-Test und Kolmogorov-Smirnov-Test besser ab. Bei der Annahme einer Normalverteilung hat diese einen Erwartungswert $E(x)$ von 353 mm und eine Standardabweichung σ_x von 82 mm. Die geschätzte Dreiecksverteilung weist ein Minimum von 199 mm, einen Modus von 263 mm und ein Maximum von 570 mm auf, woraus ein Erwartungswert von 344 mm resultiert.

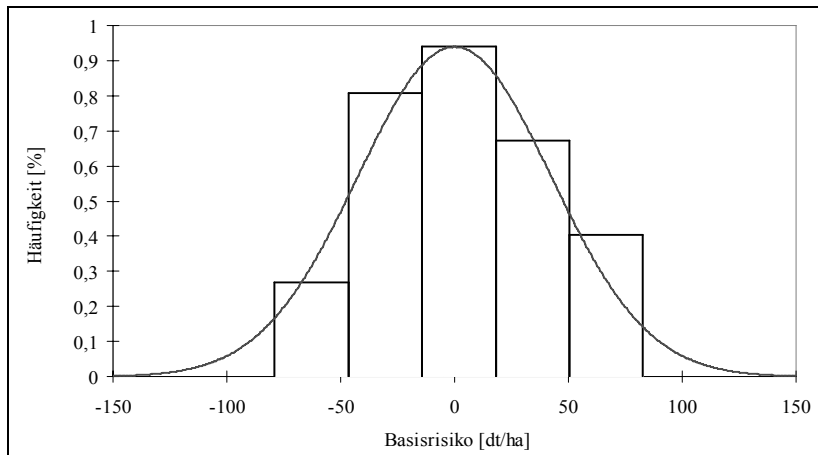
Abb. 8. Häufigkeitsverteilung der Niederschlagssumme



Quelle: eigene Berechnung; Datenquelle: Landwirtschaftskammer Hannover

Das gesamte Ertragsrisiko lässt sich einerseits analog zur Vorgehensweise in Abschnitt 4.2 aus der Verteilung der historischen Trendabweichungen des Ertrages schätzen. Alternativ kann es auch als Summe der niederschlagsbedingten Streuung und dem (unerklärten) Basisrisiko bestimmt werden. Das Basisrisiko e_B wird dabei durch die Abweichungen des empirischen Ertrages von der Schätzfunktion (14) repräsentiert (vgl. Abb. 7). Das Histogramm dieser Abweichungen ist in Abb. 9 wiedergegeben. Unter der Annahme einer Normalverteilung wurde für 4 Freiheitsgraden beim χ^2 -Test ein Testwert von 1,28 berechnet,

¹¹ Die Funktionsanpassung wurde mit dem MS Excel AddIn @Risk durchgeführt.

Abb. 9. Häufigkeitsverteilung des Basisrisikos

Quelle: eigene Berechnung; Datenquelle: Landwirtschaftskammer Hannover

so dass die Normalverteilungshypothese bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha=0,05$ nicht abgelehnt werden kann. Die Maximum Likelihood Schätzung führt auf den Erwartungswert 0 und die Standardabweichung $\sigma_B=43$ dt/ha.

Die Erlösverteilung ohne Absicherung durch die Option (\tilde{W}_0) lässt sich mit folgender Formel simulieren:

$$(17) \quad \tilde{W}_0 = p_y \tilde{y} = p_y ((\text{Min}[a + b(E(x) + \tilde{e}_x), \hat{y}_{\max}]) + \tilde{e}_B)$$

Die Ertragsschwankungen von \tilde{y} werden einerseits durch die Niederschlagsschwankungen (in (17) die Min-Funktion) und andererseits durch die unerklärten Restschwankungen \tilde{e}_B bestimmt. Die Annahme dreiecks- bzw. normalverteilter Niederschlagssummen \tilde{x} führt zu unterschiedlichen Verteilungen von \tilde{W}_0 .

Mit Option setzt sich der Gesamterlös \tilde{W}_p aus dem Markterlös \tilde{W}_0 (vgl. (17)) und der Zahlung aus dem Optionsgeschäft G_p^L (vgl. (2)) zusammen. Nach Substitution von K und V durch (15) und (16) ergibt sich durch Umformung

$$(18) \quad \begin{aligned} \tilde{W}_p &= \tilde{W}_0 + G_p^L = p_y ((\text{Min}[a + b\tilde{x}, \hat{y}_{\max}]) + \tilde{e}_B) + V \cdot \text{Max}[0, (K - \tilde{x})] - P_f \\ &= p_y (\hat{y}_{\max} + \text{Min}[a + b\tilde{x} - \hat{y}_{\max}, 0]) + \tilde{e}_B + p_y b \cdot \text{Max}[0, (K - \tilde{x})] - P_f \\ &= p_y (\hat{y}_{\max} + \text{Min}[a + b\tilde{x} - (a + bK), 0] + \tilde{e}_B + \text{Max}[0, b(K - \tilde{x})]) - P_f \\ &= p_y (\hat{y}_{\max} + \text{Min}[b(\tilde{x} - K), 0] + \tilde{e}_B - \text{Min}[0, b(\tilde{x} - K)]) - P_f \\ &= p_y (\hat{y}_{\max} + \tilde{e}_B) - P_f \end{aligned}$$

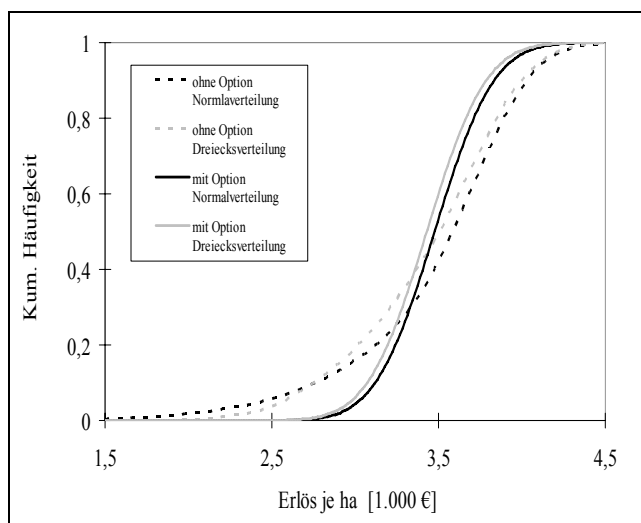
\tilde{W}_p ist damit nicht mehr abhängig von der stochastischen Niederschlagssumme, sondern nur noch vom Basisrisiko. Dafür ist die faire Prämie P_f zu zahlen. Gleichung (8) gibt die allgemeine Bestimmungsgleichung für die Prämie an. Als Zinssatz r wurden 5 % p.a. angenommen; die Laufzeit beträgt 5 Monate. Zur analytischen Bestimmung der fairen Prämie muss hergeleitet werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Strike Level unterschritten wird und wie hoch der Erwartungswert in diesem Fall ist (vgl. (9)). Für die Normalverteilung sind die Berechnungsformeln hierfür in (11) bzw. (12) angegeben. Für die Dreiecksverteilung sind entsprechende Formeln im Anhang hergeleitet.

Die Unterstellung normalverteilter Niederschläge führt auf eine faire Prämie von 273 €. Bei Annahme einer Dreiecksverteilung beträgt diese 320 €. Sie ist höher, da die Wahrscheinlichkeit, dass der Strike Level unterschritten wird, mit 0,54 deutlich größer ist, als bei der Normalverteilungsannahme, die einen Wert von 0,44 liefert.

In Abb. 10 sind die Ergebnisse der Simulation für die Verteilung des Gesamterlöses mit und ohne Put-Option dargestellt.¹² Sowohl unter der Annahme einer Normalverteilung als auch bei Annahme einer Dreiecksverteilung für die Niederschlagssummen kann durch das Optionsgeschäft die Standardabweichung deutlich reduziert werden. Ebenso führt die Put-Option zu einem signifikanten Anstieg der unteren Perzentile. So hat sich das 5 % Perzentil mit Option gegenüber dem 5 % Perzentil ohne Option um etwa 500 € erhöht. Da die Niederschlagssumme nur im unteren Niederschlagsbereich Einfluss auf den Ertrag hat, sind die Ausgangsverteilungen (gestrichelte Linie) linksschief. Wegen des symmetrischen Basisrisikos wird in den Fällen mit Option die Schiefe vollständig beseitigt. Der Mittelwert des Gesamterlöses ist mit Option erwartungsgemäß geringfügig niedriger, was auf die Zinskosten für die Prämie zurückzuführen ist. Mit Optionsgeschäft ist die Verteilung des Erlöses bei Annahme einer Dreiecksverteilung für die Niederschlagssumme im Vergleich zur Annahme der Normalverteilung etwas nach links verschoben. Dies liegt darin begründet, dass die geschätzten Erwartungswerte des Ertrags beider Verteilungen unterschiedlich sind.

Die Auswirkungen der unterschiedlichen Verteilungsannahmen der Niederschlagssummen zeigen, dass die positiven Optionswirkungen bei der Normalverteilung im extremen Bereich stärker ausfallen, während bei der mittleren negativen Abweichung des Niederschlagsindex vom Mittelwert bei Annahme der Dreiecksverteilung größere Effekte zu erwarten sind. Der Optionseffekt würde geringer ausfallen, wenn der Preis und/oder die Standardabweichung des abzusichernden Ertrages oder die Korrelation geringer wären. Die hohe Korrelation folgt im vorliegenden Fall aus dem Umstand, dass die Wetterstation betriebsnah ist. Im Gegensatz zur Temperatur ist beim Niederschlag ein größeres geografisches Basisrisiko zu erwarten. Die positive Wirkung der Option wird auch dadurch gemindert, dass der Käufer im Allgemeinen mehr als die faire Prämie zahlen muss.

¹² Es wurden jeweils 10 000 zufällige Iterationen simuliert.

Abb. 10. Kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung des Kartoffelerlöses mit und ohne Option und Annahme normal- bzw. dreiecksverteilter Niederschlagssummen

Quelle: eigene Berechnung; Datenquelle: Landwirtschaftskammer Hannover

	Normalverteilte Niederschlags-summe		Dreiecksverteilte Niederschlags-summe	
	ohne Option	mit Option	ohne Option	mit Option
Mittelwert	3.483 €	3.480 €	3.437 €	3.434 €
Stabw.	519 €	278 €	475 €	278 €
5% Perz.	2.457 €	3.023 €	2.578 €	2.976 €
10% Perz.	2.766 €	3.124 €	2.764 €	3.077 €
90% Perz.	4.026 €	3.838 €	3.996 €	3.791 €
95% Perz.	4.139 €	3.935 €	4.108 €	3.892 €
Schiefe	-1,14	0,00	-0,46	0,00

5. Schlussfolgerungen und Forschungsbedarf

Die vorstehenden Ausführungen haben gezeigt, dass Wetterderivate durchaus nützliche Instrumente zur Risikoabsicherung in der Landwirtschaft darstellen können. Ihr Potential liegt allerdings nicht in der Absicherung gegen existenzgefährdende Einzelrisiken, da es nie eine perfekte Korrelation zwischen dem Ertrag und dem zur Absicherung herangezogenen Wetterindex geben wird. Vielmehr liegt ihr Nutzen in der Einschränkung des Schwankungsbereichs der wirtschaftlichen Erfolgsgrößen. In dieser Hinsicht stellt die Absicherung über Wetterderivate eines unter einer Reihe weiterer Instrumente des betrieblichen Risikomanagements dar, zu denen u.a. der Abschluss von Versicherungen (für existenzgefährdende Risiken), die Preisabsicherung über Verträge oder Terminkontrakte sowie nicht zuletzt auch die Wahl des Produktionsprogrammes selbst gehören.

Voraussetzung für die Wirksamkeit von Wetterderivaten ist zunächst eine hohe Korrelation zwischen dem Wetterindex und dem Ertrag der betreffenden Kultur. Dabei kommen in erster Linie solche Kulturen in Frage, die durch einen hohen Erlös je ha sowie starke Erlösschwankungen als Folge der Ertragsvariabilität gekennzeichnet sind. Wetterderivate werden sich darüber hinaus nur dann etablieren lassen, wenn Partner vorhanden sind, die als Schreiber das Payoff-Risiko übernehmen. Als solche kommen zunächst Akteure in Betracht, die eine gegensätzliche Risikostruktur aufweisen. Diese dürften jedoch schwer zu finden sein. Allerdings ist das Eingehen von Short-Positionen am Optionsmarkt auch für solche Akteure interessant, deren übrige Risiken mit dem Derivat nicht oder nur schwach positiv korreliert sind. In diesem Fall führt letzteres zu einer Diversifikation des Portfolios. Auch Erst- und Rückversicherer kommen als Schreiber in Frage und treten auch als solche auf, wie Beispiele aus den USA zeigen.

Bislang ist das Wissen um die Wirksamkeit von Wetterderivaten im Risikomanagement noch relativ gering. Es besteht daher noch ein erheblicher Forschungsbedarf, der vor allem in folgenden Bereichen zu sehen ist: Zum einen gilt

es herauszufinden, für welche Erzeugnisse Wetterderivate ein geeignetes Instrument zur Risikoabsicherung darstellen können. Hier spielt vor allem die Auswahl geeigneter Wetterindizes sowie die Untersuchung von deren Beziehung zum Ertrag eine wichtige Rolle. In diesem Zusammenhang ist auch das Kontraktdesign von Bedeutung. Nicht immer haben einfache Put- und/oder Call-Optionen die gewünschte Wirkung. Um Wetterderivate an einem Markt etablieren zu können – gleichgültig ob OTC oder börsennotiert – bedarf es einer Quantifizierung der fairen Prämie bzw. des fairen Preises der Option. In dieser Hinsicht ist die Auseinandersetzung mit und Weiterentwicklung von Methoden der Optionsbewertung erforderlich. Auf einzelbetrieblicher Ebene geht es darum, Wetterderivate im Kontext des übrigen Instrumentariums der Risikopolitik zu analysieren und zu bewerten. Schließlich gilt es, Untersuchungen darüber anzustellen, welche Partner unter welchen Bedingungen bereit sind, das Risiko zu übernehmen, das die Landwirte mittels Wetterderivaten abzusichern gedenken.

Literatur

- ADETUNJI, L. (2003): Sales boosted as warm weather brings out shoppers. In: Financial Times v. 15.07.2003.
- AFSC INSURANCE (2003): Canada – Alberta Crop Insurance, Contract of Insurance, February 2003. In: <http://www.afsc.ca>, download vom 12.01.2004.
- AGARWAL, A. (2002): A new approach & model for weather derivative instrument based on water table for floods, droughts and rainfall. In: Finance India, XVI (3), September 2002: 877-914.
- ALDRED, C. (2001): British pub covered for bad weather. In: Business Insurance 35 (1): 17.
- (2000): Weather risk hedge to keep bars'business from drying up. In: Business Insurance 34 (27): 31.
- AQUILA (Hrsg.) (2000): Aquila Energy wins weather contract with Sacramento municipal utility. News Release – September 21, 2000. In: http://www.corporate-ir.net/ireye/ir_site.zhtml?ticker=ila&script=410&layout=0&item_id=118447, download 17.07.2003.
- ASSELDONK, M.A.P.M. and A.G.J.M. von OUDE LANSKINK (2002): Designing weather derivatives to hedge heating energy demand in greenhouse horticultural firms. In: Risk and uncer-

- tainty in environmental and resource economics. Proceedings, Wageningen University, Wageningen, NL.
- AUER, J. (2003): Wachstumsmarkt Wetterderivate. In: Deutsche Bank Research, Nr. 255, 07.02.2003, Frankfurt.
- BECKER, A. (2003): München droht ein Bier-Engpass. In: Süddeutsche Zeitung Nr. 163, 18. Juli 2003: 33.
- BECKER, H.A. und S. HÖRTER (1998): Risikomanagement mit „Wetter-Derivaten“? – Finanzinnovationen für das Hedging exogener Geschäftsrisiken. In: Österreichisches Bank-Archiv: Zeitschrift für das gesamte Bank und Börsenwesen 46 (9), September 1998, Wien: 693-701.
- BERG, E. und F. KUHLMANN (1993): Systemanalyse und Simulation. Ulmer, Stuttgart.
- BERG, E. (2002): Das System der Ernte- und Einkommensversicherungen in den USA – Ein Modell für Europa? In: Berichte über Landwirtschaft 80 (1): 94-133.
- BRADFORD, M. (2001): Weather risk hedge market sees improved climate. In: Business Insurance 35 (46): 14-5.
- BREUSTEDT, G. (2004): Subventionen für landwirtschaftliche Ertragsversicherungen – „Nützlich und notwendig?“ In: Dabbert, S., W. Grosskopf, F. Heidhues und J. Zeddies (Hrsg.): Perspektiven in der Landnutzung – Regionen, Landschaften, Betriebe – Entscheidungsträger und Instrumente. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Bd. 39. Landwirtschaftsverlag, Münster-Hiltrup: 323-330.
- BYRNE, D.H. und T.A. BACON (2001): Chilling Accumulation: its Importance and Estimation. In: <http://aggie-horticulture.tamu.edu/StoneFruit/chillac.htm>, download 20.06.2003.
- CAO, M. und WEI, J. (2002): Pricing weather derivatives: an equilibrium approach. Working paper. Queen's University, Kingston, Ontario.
- CLEMMONS, L., V. KAMINSKI und J.H. HRGOVICIC (1999): Weather derivatives: Hedging mother nature. In: Geman, H. (ed.) (1999): Insurance and weather derivatives – From exotic options to exotic underlyings. Risk Books, London: 179-182.
- CME NEWS (2003): CME to list weather contracts on five european cities Oct.3, In: http://www.cme.com/abt/news/03_135weathercontracts4859.html, download 31.11.2003.
- CONNORS, R.B. (2003): Weather derivatives allow construction to hedge weather risk. In: Cost Engineering 45 (3), März 2003, Morgantown: 21-24.
- COOPER, L. (1999): The Struggle to Define and Measure Goes on. In: Operational Risk Special Report: 6-7.
- DEUTSCHE BÖRSE (Hrsg.) (2000): Leitfaden zu den Wetterindizes der Deutschen Börse. In: <http://www.xelsius.com>, download am 03.06.2003.
- DISCHEL, R. (2001): Double trouble: hedging rainfall and temperature. In: Weather Risk, a special report from Risk Magazine and Energy & Power Risk Management, August 2001: 24-26.
- (1999): A weather risk management choice: Hedging with degree-day derivatives. In: Geman, H. (ed.): Insurance and weather derivatives – From exotic options to exotic underlyings. Risk Books, London: 183-196.
- ELLITHORPE, D. und S. PUTNAM (1999): Weather derivatives and the new power markets. In: Risk Books: The new power markets – Corporate strategies for Risk and Reward. London: 165-181.
- ENRONONLINE (Hrsg.) (2001): Agriculture Industry Study. In: <http://www.enrononline.com/docs/Marketing/WeatherDerivatives/US/Library/M10493/>.
- ESSER, H. (2000): Dem Wetter eine Nase drehen. In: ZfK (Zeitung für Kommunale Wirtschaft), Juni 2000.
- (2001): Keine Chance dem Wetter. In: http://www.finanstrainer.com/presse_index/presse_index_wetter_derivate.html, download am 12.01.2004.
- EUREX COMMUNICATIONS (2001): Weather indices of Deutsche Börse Group – On the way to Eurex-Traded weather derivatives. In: Xpand No.29 / January 2001, Zürich - Frankfurt/Main: 1-2. In: http://www.eurexexchange.com/download/xpand/e_xpand200129.pdf, download 20.05.2003.
- FINANSTRAINER.COM (2002): Ein Golfclub versichert sich gegen Regen. Pressemitteilung 15.05.2002.
- GEMAN, H. (ed.) (1999): Insurance and weather derivatives – From exotic options to exotic underlyings. Risk Books, London.
- GUARANTEEDWEATHER (Hrsg.) (2003): Chilling degree hours, case study. In: <http://www.guaranteedweather.com/industries/ag/casestudies/chillinghours.html>, download am 17.07.2003.
- (Hrsg.) (2003): Dairy heat stress, case study. In: <http://www.guaranteedweather.com/industries/ag/casestudies/dairyheatstress.html>, download am 17.07.2003.
- HARTUNG, J. (1998): Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik. Oldenbourg, München.
- HULL, J.C. (2003): Options, Futures & Other Derivatives. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- JAIN, G. und D. FOSTER (2000): Come rain, come shine. In: Energy and Power Risk Management – Weather Risk Special Report: 16-17.
- JENKIN, T. und D. IVES (2002): Weather risk management for regulated utilities. In: Public Utilities Fortnightly; Arlington, October 1, 2002: 36-42.
- KIM, T. (2000): Weather hedging goes online in Europe. In: Euromoney, September 2000: 18-19.
- MEUWISSEN, M.P.M., M.A.P.M. VAN ASSELDONK und R.B.M. HUIRNE (2000): The Feasibility of a Derivative for the Potato Processing Industry in the Netherlands. Paper presented in Meeting of Southern Association of Economics and Risk Management in Agriculture, 23-25 March 2000, Gulf Shores, Alabama.
- MEYER, N. (2002): Risikomanagement von Wetterrisiken. Bibliothek Deloitte & Touche.
- N.N. (2002): Marktfruchtbericht Bayern 2002. In: http://www.stmlf.bayern.de/lba/sg_31/Marktfruchtbericht-2002.pdf, download am 20.04.2004.
- N.N. (2003): Hitzewelle im August: Frankreich fehlen 16 Mio. Stück Geflügel. In: <http://www.raiffeisen.com>, download vom 18.09.2003.
- PRIERMEIER, T. (2003): Risikomanagement bei der Finanzierung von Windparks. In: Die Bank – Zeitschrift für Bankpolitik und Bankpraxis 5/2003: 330-335.
- ROTT, A. und S. SCHMITT (2000): Wochenend und Sonnenschein... Determinanten der Zuschauernachfrage auf dem deutschen Fernsehmarkt. In: Medien & Kommunikationswissenschaft 48 (4): 537-553.
- SACHS, S. und W. TROST (2002): Beim Golfclub Gut Apeldör scheint jeden Tag die Sonne. In: Financial Times Deutschland, 22.05.2002: 19.
- SCHIRM, A. (2001): Wetterderivate – Einsatzmöglichkeiten und Bewertung. In: Research in Capital Markets and Finance, 2001-2, München.
- (2000): Wetterderivate – Finanzprodukte für das Management wetterbedingter Geschäftsrisiken. In: Finanz Betrieb 11/2000: 722-730.
- SCHLIEPER, P. (1997): Ertragsausfallversicherung und Intensität pflanzlicher Produktion. Gabler, Wiesbaden.
- SCHMITZ, B. und M. STARP, M. (2004): Wetterderivate zur Absicherung des Energiekostenrisikos im Unterglasanbau. In: Hagedorn, K., U.J. Nagel und M. Odening (Hrsg.): Umwelt und Produktqualität im Agrarbereich. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Landwirtschaftsverlag, Münster-Hiltrup (im Druck).

SKEES, J.R. (2000): A role for capital markets in natural disasters: a piece of the food security puzzle. In: Food Policy 25 (2000): 365-378.

STOPPA, A. and U. HESS (2003): Design and use of weather derivatives in agricultural policies: the case of rainfall index insurance in Morocco. Paper presented at the international conference: Agricultural policy reform and the WTO – where are we heading? 23-26 June 2003, Capri, Italy.

TIGLER, J. and T. BUTTE (2001): Weather derivatives: A quantitative analysis. In: <http://www.weatherderivatives.de>, download am 29.04.03.

VB INVESTMENTBANK AG (2002): Wetterderivate. In: http://www.vbib.at/pub/vbib/vbib.nsf/v_op, download am 26.05.2003.

Kontaktautor:

PROF. DR. ERNST BERG

Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Institut für landwirtschaftliche Betriebslehre

Meckenheimer Allee 174, 53115 Bonn

Tel.: 02 28-73 28 91, Fax: 02 28-23 27 58

E-Mail: E.Berg@uni-bonn.de

Anhang

Herleitung des bedingten Erwartungswertes einer Dreiecksverteilung in Abhängigkeit vom Strike Level K

Bezeichnet man den Minimalwert mit A , den Maximalwert mit B und den Modus mit M , dann gilt für die Verteilungsfunktion der Dreiecksverteilung (BERG und KUHLMANN 1993: 245):

$$(A1) \int_{-\infty}^K h(x) dx = H(K) = \begin{cases} 0 & , \text{für } K < A \\ \frac{(K-A)^2}{(B-A)(M-A)} & , \text{für } A \leq K \leq M \\ 1 - \frac{(B-K)^2}{(B-A)(B-M)} & , \text{für } M \leq K \leq B \\ 1 & , \text{für } K > B \end{cases}$$

Der Erwartungswert der Dreiecksverteilung ist:

$$(A2) E(x) = (A + M + B) / 3$$

Der Erwartungswert $E(x | x \leq K)$ einer Verteilung unter der Bedingung, dass K unterschritten wird, entspricht dem Erwartungswert der oberhalb von K abgeschnittenen Verteilung der Zufallsvariablen x . Ebenso wie die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten $H(K)$ muss bei der Dreiecksverteilung unterschieden werden, ob K unterhalb oder oberhalb des Modus M liegt (vgl. Abb. A1). Ist $K \leq M$ (linke Hälfte von Abb. A1) dann kann der bedingte Erwartungswert gemäß (A2) berechnet werden. In diesem Fall sind sowohl der Modus als auch der Maximalwert gleich K :

$$(A3) E(x | x \leq K) = (A + 2K) / 3 \quad \text{für } A \leq K \leq M$$

Hingegen ergibt die Dichtefunktion der oberhalb des Modus abgeschnittenen Verteilung kein Dreieck (rechte Hälfte in Abb. A1). Der (unbedingte) Erwartungswert des gesamten Dreiecks entspricht aber dem mit der Wahrscheinlichkeit $H(K)$ bzw. $(1-H(K))$ gewichteten Durchschnitt der bedingten Erwartungswerte der partiellen Verteilungen unterhalb und oberhalb von K :

$$(A4) E(x) = H(K) \cdot E(x | x \leq K) + (1 - H(K)) \cdot E(x | x > K)$$

Da die Dichte der oberhalb von K gestutzten Verteilung wieder eine Dreiecksverteilung ist, bietet es sich an, zunächst den bedingten Erwartungswert $E(x | x \geq K)$ (nicht schraffierter Teil) mit

$$(A5) E(x | x \geq K) = (2K + B) / 3 \quad \text{für } M \leq K \leq B$$

sowie den unbedingten Erwartungswert nach (A2) zu berechnen.

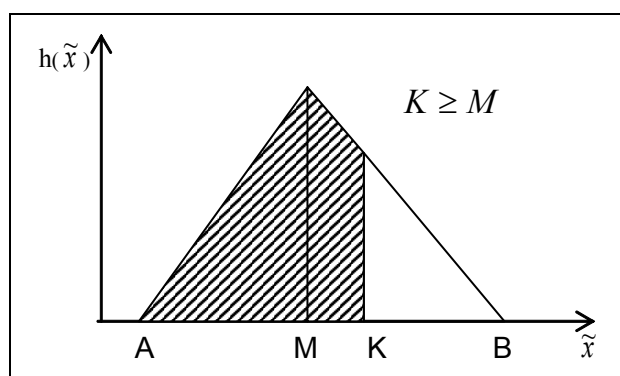
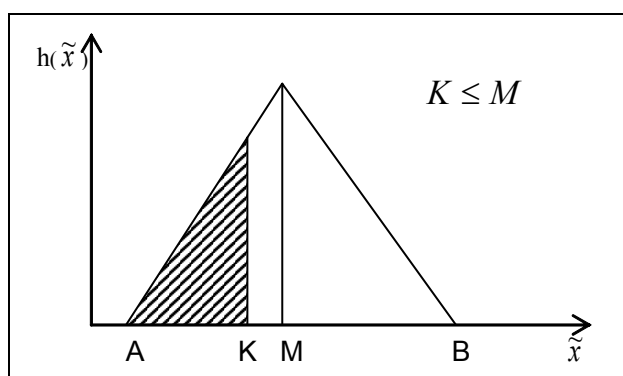
Durch Auflösen von (A4) nach dem gesuchten $E(x | x \leq K)$ und Einsetzen von (A2) und (A5) ergibt sich:

$$(A6) E(x | x \leq K) = \frac{E(x) - (1 - H) E(x | x \geq K)}{H} \\ = \frac{(A + M + B) / 3 - (1 - H) (2K + B) / 3}{H}$$

für $M \leq K \leq B$

Für $K < A$ ist $E(x | x \leq K) = 0$ und für $K > B$ entspricht $E(x | x \leq K)$ dem unbedingten Erwartungswert der Dreiecksverteilung $E(x) = (A + M + B) / 3$.

Abb. A1. Dichtefunktionen (schraffiert) oberhalb von K abgeschnittener Dreiecksverteilungen



Quelle: eigene Darstellung